



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №  

22.04.2012/ მათ/ II/ 170

ამოცანა № 4

გვერდი № 3

$f(x + y f(x)) = f(f(x)) + x f(y)$  (1)  
 ზუსტად  $x=0$ .  
 $f(y f(0)) = f(f(0))$ .  
 თუ  $f(0) \neq 0$ , მაშინ  $f(f(0))$  უმეტესად ხდება  
 ხოლო  $y$  სწორად. ანუ  $y \cdot f(0)$  შეიძლება მიიღოს ნების-  
 პირი მნიშვნელობა ნაძვრად ხდება ხომალდი. ანუ აქ  
 შემთხვევად გვაქვს რომ  $f(x) = C$ . თუ (1)-ში  
 ზუსტად მივიღებთ  $C = C + xC$   $xC = 0$   $C = 0$ .  
 ანუ  $f(x) = 0$ . შემთხვევაა სხვა  $f(0) \neq 0$  ვინაიდან,  
~~თუ  $f(0) \neq 0$  და  $x$  მნიშვნის  $x$  შესაძლებელია  $x = 0$  ან  $f(0) \neq 0$ .~~  
 ანუ ვინაიდან სხვა  $f(0) = 0$ .  
 ზუსტად (1)-ში  $y=0$ , გვაქვს  $f(x) = f(f(x))$ . ანუ  
 (1) ანუ ვინაიდან:  
 $f(x + y f(x)) = f(x) + x f(y)$  (2)  
 დაუბრუნებელი  $f(x) = x + g(x)$  სადა  $g(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .  
 ზუსტად (2)-ში გვაქვს.



მაგიდა №

22.04.2012/ მათ/ II/ 170

ამოცანა №

4

გვერდი №

24

$$x + y f(x) + g(x + y f(x)) = f(x) + xy + x \cdot g(y)$$

$$x + y \cdot x + y \cdot g(x) + g(x + y f(x)) = x + g(x) + xy + x \cdot g(y)$$

$$y \cdot g(x) + g(x + y f(x)) = g(x) + x \cdot g(y) \quad (3)$$

თუ (3)-ში ჩავსვამთ  $x=y$

$$g(x + x f(x)) = g(x) \quad (4)$$

~~ახლა (2)-ში ჩავსვამთ  $x=y$~~

$$~~f(x + x f(x)) = f(x) + x f(x)~~$$

~~$f(x) = 0$~~

ახლა ვუძებნავთ  $f$ -ს ჰერმიტი  $f(f(x)) = f(x)$  და ვაჩვენებთ

$$g(x + x^2 + x \cdot g(x)) = g(x) \quad \text{პირობითი საჩვენებელია რომ}$$

$$g(x) = 0 \quad \text{ან} \quad g(x) = -x$$

$$\text{თუ } g(x) = 0 \quad \text{შემთხვევაში } f(x) = x, \quad \text{თუ } g(x) = -x$$

$$\text{შემთხვევაში } f(x) = 0$$

$$\text{შემთხვევაში: } f(x) = x \quad \text{და} \quad f(x) = 0$$



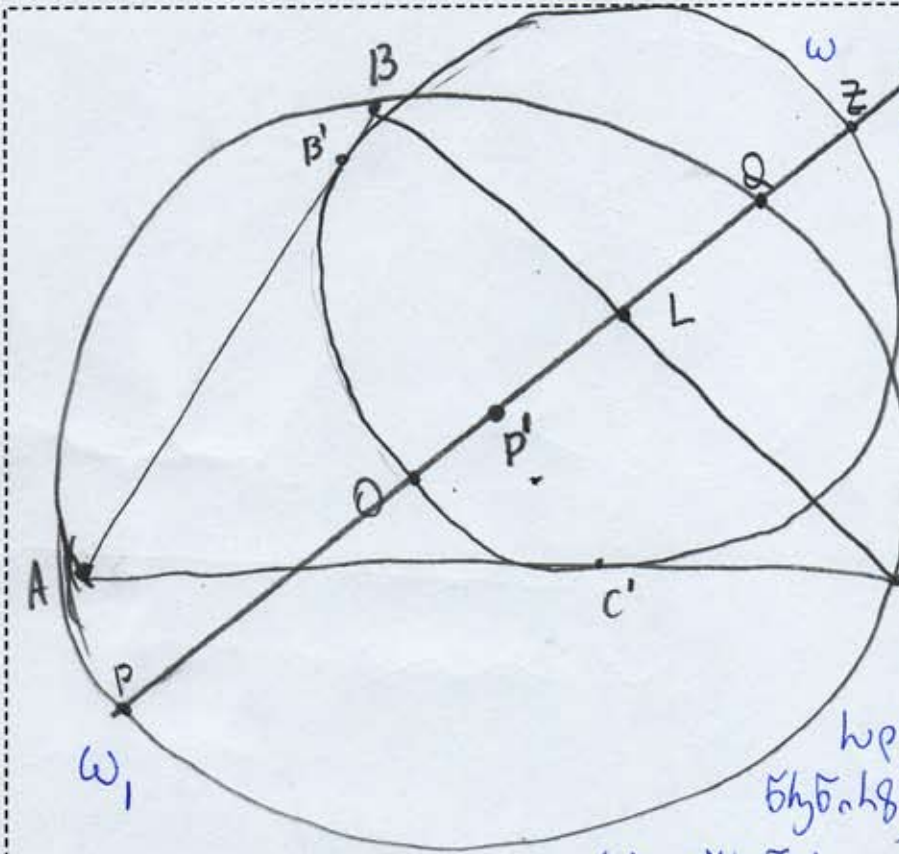


მაგიდა №

22.04.2012/ მათ/ II/ 170

ამოცანა № 5

გვერდი № 1



თივე წყნის რკველი იწვევს  $L$  ცენტრს და  $LO$  ხაზი იწვევს იწვევს ცენტრს ანუ  $W$  წყნის თავის ავტოპოლიტი. ნოტი  $\triangle ABC$ -ზე შემოსული წყნის სხივს  $C$  სწორედ პოლიტი შემოვიდა. ცხადია სხივს იწვევს წყნისზე ანუ  $\triangle ABC$ -ზე შემოსული

$W_1$  წყნის იწვევს იწვევს  $P'Q'$  (სხივს  $P'$  და  $Q'$  შესაძლოა  $P$  და  $Q$  ნივთიერების სხივს იწვევს შემოსული) იწვევს ანუ  $P'$  უნდა შეესაბამებოდეს  $LP$  სხივს ანუ  $LP' \cdot LP = OL^2$ . ცხადია რომ  $W_1$  წყნის სხივს  $P'$  ნივთიერების იწვევს  $OP$  სხივს  $P'$  იწვევს  $LP' > LO$  და  $LP > OL$  ანუ  $LP' \cdot LP > OL^2$  ა.ი.  $P'$  იწვევს  $OL$  პოლიტი. ანუ იწვევს  $Q'$ -ზე.





მაგიდა №

22.04.2012/ მათ/ II/ 170

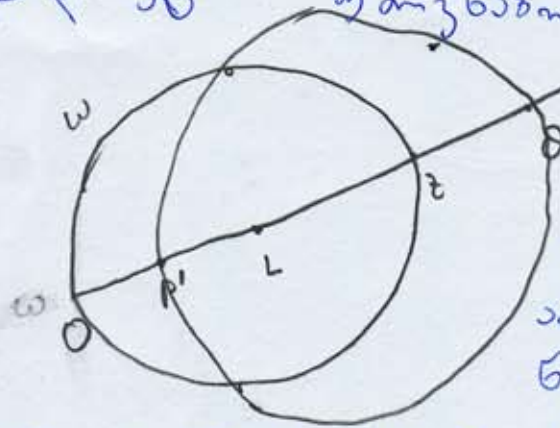
ამოცანა №

5

გვერდი №

2

ახივ  $LQ$  - სივრცე უნდა იყოს „მხარსავე“  $LQ \cdot LQ' = LZ^2$  ( $LQ = LZ$  - ნუკეხლის სივრცე). ახუ სხარია ზმ  $Q'$  ~~უნდა იყოს~~ ახ ჭიდილმ იყოს  $LZ$  მონაკვეთზე ე.ი. ის ახს  $LZ$  სივრცე ჰგნმ ახ  $LZ$  მონაკვეთზე. ~~ახუ მონაკვეთზე~~ ახარ  $\omega$ , ნუხნის სხის სწოვნერპ ნუკეხლის ჭეჯერ სეჰახისა  $P'Q'$  ~~ღია ჰეგნია~~ ჭამკვაზია ნუხნის. ხადგნ  $P'Q'$  ღიაჰე-  
~~ღია ჰეგნია~~ ჭამკვაზია ნუხნის. ხადგნ  $P'Q'$  ღიაჰე-  
 სხარ ხოლო  $Q'$  ჯი  $OZ$  ღიაჰეგნის ჭამკვაზი ნუხნის ~~უნდა იყოს~~ (ჰგნმ ახ  $OZ$  მონაკვეთზე) სხარია აქ მხ ნუხნის ექნება მხ სეჰამ ნეხიერ. ნუკეხლის ანახმერ ჯი



ახუ ნუხნის სივრცე სეჰამ ნეხიერს ჭამკვაზია მხ ნუხნის ნუკეხისაჰე იძენივე სეჰამ ნეხიერ ექნება ჰარ სხეუქს ნუკეხის ჭამკვაზი, ~~სეჰამ ნეხიერს~~ ახუ ნუკეხის სეჰამ ახუ ნუხნისზე ჰეგნის. ახუ მკვილერ ზმ  $\omega$  ღ  $\omega'$  ნუხნის ნუკეხის ჭამკვაზი ალმიახნერა 2 სეჰამ ნეხიერ ეს იმე ნიძნავს ზმ ნუკეხისაჰერს 2-ს 2 სეჰამ ნეხიერ ჯანიათ. ს.ე.გ.